

Die Masse der kugelförmigen Sternhaufen M 3 und M 13

Von WERNER LOHMAN

Aus der Badischen Landessternwarte Heidelberg-Königstuhl

(Z. Naturforsch. 2a, 477—482 [1947]; eingegangen am 10. Juni 1947)

Unter Annahme der in Sonnenumgebung herrschenden Leuchtkraftfunktion nach Kuiper berechnet sich die Masse von M 3 bzw. M 13 zu 70 000 bzw. 110 000 Sonnenmassen.

Aus verschiedenen Gründen ist es bisher noch nicht möglich gewesen, in den kugelförmigen Sternhaufen jeden Stern einzeln durch Beobachtung zu erfassen. Es ist demzufolge auch nicht gelungen, durch Summierung die Gesamtmasse eines Haufens direkt zu bestimmen. Alles, was darüber bekannt ist, geht vielmehr auf Schätzungen zurück, die zum Teil voneinander abweichen. Die Schlussfolgerungen, welche die Verteilung der Sterne und deren Masse im einzelnen und im gesamten voraussetzen, wie z. B. die Diskussion der inneren Bewegungsverhältnisse und der Relaxationszeit, können daher so lange nicht als endgültig betrachtet werden, wie diese Größen nicht genügend sicher bekannt sind.

Infolge der großen Entfernung und der hohen zentralen Sterndichte kann der Kern solcher Haufen auch mit den z. Zt. vorhandenen Instrumenten längster Brennweiten nicht in Einzelsterne aufgelöst werden. Mit wachsender Belichtungszeit vergrößert sich zudem der Radius des verwaschenen, nicht auflösbaren Kernes, ein Zeichen, daß sich die Fülle der schwachen Sterne in steigendem Maße bemerkbar macht. Damit verschiebt sich aber auch die Grenze des im einzelnen nicht mehr Erforschbaren mehr und mehr nach außen. Der Vorteil der längeren Belichtungszeit und demzufolge weiterreichender Abzählmöglichkeit wandelt sich damit für wachsende Kernpartien in einen Nachteil. Verzichtet man aber auf die Erfassung von Einzelsternen und macht man photographische Aufnahmen außerhalb des Fokus, so ergeben sich andererseits verlässliche Zahlen für das Licht aller Sterne, die zur Schwärzung eines Flächenelemen-

tes beitragen. Durch Subtraktion Gesamtlicht minus Licht der hellen Sterne kann man dann etwas über die Gesamtheit der schwächeren und schwächsten Sterne aussagen, die bei punktförmiger Abbildung für sich allein den Schwellenwert der Platte noch nicht überschreiten. Dieser Vorschlag zur Erforschung des Aufbaues kugelförmiger Sternhaufen geht auf Hertzsprung¹ im Jahre 1918 zurück. Eine erste Angabe über die schwachen Sterne in M 3 machte 1930 Rybka² und später, 1936, Lohmann³. Es zeigte sich, daß die Sterne schwächer als rund 16^m0 zur Gesamthelligkeit der Haufen etwa genau soviel beitragen wie die helleren Sterne. Weiß man damit etwas Bescheid über die schwachen Sterne im allgemeinen, so ist doch die Überführung dieser Helligkeiten in Massen nur unter Zuhilfenahme einer Häufigkeitsfunktion möglich, die erstens angibt, wie sich die Sterne hinsichtlich absoluter Helligkeiten verteilen (Leuchtkraftfunktion), und zweitens, welche Beziehung noch zwischen dieser und der Sternmasse besteht (Masse-Leuchtkraft-Funktion).

Schon 1926 hatte Pariiski⁴ die Zahl der Sterne im kugelförmigen Sternhaufen M 13 unter zwei verschiedenen Annahmen für die Häufigkeitsfunktion der photographisch nicht mehr erfaßbaren Sterne abgeschätzt. Als Grundlagen dienten die Parallaxe des Haufens von 0^m000090 und die scheinbare visuelle Gesamthelligkeit von 5^m7. Aus diesen Daten berechnet sich die absolute visuelle Gesamthelligkeit zu — 9^m5, die um 0^m7 heller ist als die von Shapley⁵ neuerdings veröffentlichte Gesamthelligkeit von — 8^m8. Als Häufigkeitsfunktion verwandte Pariiski einmal die durch Kap-

¹ E. Hertzsprung, Astronom. Nachr. 207, 89 [1918].

² E. Rybka, Bull. Astronom. Inst. Netherlands 5, 257 [1930].

³ W. Lohmann, Z. Astrophysik 12, 1 [1936].

⁴ N. Pariiski, Russ. astronom. J. 3, 10 [1926].

⁵ H. Shapley, Harvard Repr. 257 [1944]; Proc. nat. Acad. Sci. USA 30, 61 [1944].



teyn-van Rhijn⁶ und zum andernmal die durch Seares⁷ für unser Sternsystem gegebenen Leuchtkraftfunktionen, die mit in Abb. 1 enthalten sind. Auf analytischem Wege ergab sich dann die Gesamtzahl der Sterne zu 430000 (K.-v.Rh.) bzw. 680000 (S.), wobei im zweiten Fall nur die Sterne bis zur scheinbaren Größe $29^m 0$ = absolute Größe $14^m 0$ berücksichtigt werden konnten. Mit Hilfe der bolometrischen Korrektion und der Masse-Leuchtkraft-Funktion Eddingtons^{8,9} konnten dann die Sternzahlen in Massen umgewandelt werden. Für den ganzen Haufen ergaben sich 272000 (K.-

es wegen der enormen Widersprüche der Ergebnisse um 3 Zehnerpotenzen notwendig zu sein, mit neueren Grundlagen diese Zahlen zu überprüfen. Als Leuchtkraftfunktion wurde dazu die von Kuiper^{12,13} mit (b) und (c) bezeichneten Funktionen verwandt, die ebenfalls in der Abb. 1 enthalten sind (K_b bzw. K_c). Sie beziehen sich auf die Umgebung der Sonne bis zur Entfernung von 10,5 pc und geben wahrscheinlich ein Bild besserer Homogenität als die sicher durch Auswahl-Effekte beeinflußten älteren Darstellungen Kapteyns, van Rhijns und Seares, in denen die Zwerge zugunsten der Riesen weniger stark erfaßt werden. Kurve K_b spiegelt die Verteilung der Hauptreihensterne mit bekannten trigonometrischen Parallaxen wieder, Kurve K_c die unter Einschluß spektroskopischer Parallaxen später abgeleitete. Beide Kurven werden noch ihre Mängel haben, doch ist nicht anzunehmen, daß sie der Einfluß von statistischen Auswahl-Effekten völlig verändert wird.

Da sich die übrigen Rechengänge auf Grund der vorhandenen Unterlagen ein wenig voneinander unterscheiden, sollen beide Haufen, $M 13$ und $M 3$, nacheinander behandelt werden.

$M 13$. Zunächst muß der Anteil vom Gesamtlicht berechnet werden, der einerseits auf die photometrisch einzeln erfaßten Sterne entfällt, und andererseits derjenige der in ihrer Gesamtheit wirkenden schwachen und schwächsten Sterne. Nach Shapley¹⁴ befinden sich pro $0^m 2$ in der Ringzone zwischen $2^h 0$ und $5^h 0$, nach photovisueller Helligkeit geordnet, die in Tab. 1 angegebenen Sterne. Nach der von Hogg¹⁵ auf extrafokalen Aufnahmen bestimmten Intensitätsverteilung des örtlichen Gesamtlichtes beträgt die Summe des Lichtes aller Sterne in dieser Zone 1189 Einheiten. Analog ergibt sich für den von Shapley nicht entfernt so vollständig wie die Ringzone aufgelösten Kern das Gesamtlicht zu 2104 Einheiten. Da nach Hogg die Intensitätsverteilung des photographischen und photovisuellen Lichtes keine bemerkenswerten Schwankungen in dem Sinne etwa zeigt, daß der

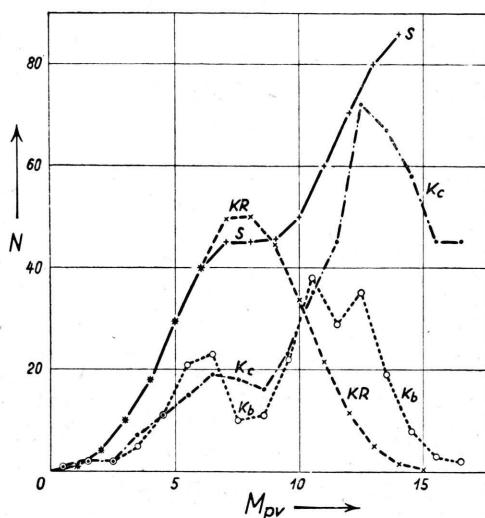


Abb. 1. Leuchtkraftfunktionen nach Kapteyn-van Rhijn (KR) 1920, Seares (S) 1924 und Kuiper (K_b und K_c) 1942. Abszisse: Absolute visuelle Größe (M_{pv}). Ordinate: Zahl der Sterne pro Größenklasse (N). Die Funktionen KR und S sind bis auf einen Faktor unbestimmt.

v. Rh.) bzw. 304000 (S.) Sonnenmassen. Für $M 92$ schätzte Hachenberg¹⁰ 1939 die Zahl der Sterne auf 300000 und die Gesamtmasse auf 250000 Sonnenmassen.

Nachdem vor 2 Jahren Finlay-Freundlich¹¹ auf Grund von Eigenbewegungen von Sternen, die kugelförmigen Sternhaufen anzugehören scheinen, die Gesamtmasse der beiden Haufen $M 2$ und $M 13$ zu je $3,9 \times 10^8$ Sonnenmassen angegeben hat, schien

⁶ K. Kapteyn-van Rhijn, *Astrophysic. J.* **52**, 23 [1920]; *Contrib. Mt. Wilson Obs.* 188.

⁷ H. Seares, *Astrophysic. J.* **59**, 299 [1924]; *Contrib. Mt. Wilson Obs.* 273 [1924].

⁸ A. Eddington, *Monthly Notices Roy. astronom. Soc.* **77**, 605 [1917].

⁹ A. Eddington, *Monthly Notices Roy. astronom. Soc.* **84**, 310 [1924].

¹⁰ O. Hachenberg, *Z. Astrophysik* **18**, 49 [1939].

¹¹ E. Finlay-Freundlich, *Monthly Notices Roy. astronom. Soc.* **105**, 237 [1945].

¹² P. Kuiper, *Astrophysic. J.* **95**, 201 [1942]; *Contrib. Mc Don. Obs.* 44 [1942].

¹³ P. Kuiper, *Astrophysic. J.* **96**, 315 [1942]; *Contrib. Mc Don. Obs.* 58 [1942].

¹⁴ H. Shapley, *Contrib. Mt. Wilson Obs.* 116 [1916].

¹⁵ S. Hogg, *Astronom. J.* **42**, 77 [1932].

Photovisuelle Größe	Sternzahl			
	Ring- zone	Kern	Rand- zone	alle Zonen
12 ^m 1	6	10.6	2	18
12.3	2	3.5	2	8
12.5	5	8.8	2	16
12.7	4	7.1	2	13
12.9	4	7.1	2	13
13.1	12	21.2	3	36
13.3	6	10.6	4	21
13.5	5	8.8	4	18
13.7	6	10.6	11	27
13.9	28	49.6	10	88
14.1	13	23.0	4	40
14.3	22	38.9	9	70
14.5	40	70.8	14	125
14.7	26	46.0	10	82
14.9	19	33.6	4	56
15.1	58	102.7	0	161
15.3	82	145.1	0	227
15.5	47	83.2	0	130
15.7	27	47.8	0	75
Summe:	412	729	83	1224

Tab. 1. Die in den drei Zonen von M 13 enthaltenen und errechneten hellen Sterne. Der Kern reicht von 0^m0 bis 2^m0, die Ringzone von 2^m0 bis 5^m0 und die Randzone von 5^m0 nach außen.

Kern röter oder blauer ist als die Ringzone, so darf aus dem Verhältnis $\frac{2104}{1189} = 1,77$ die Sternzahl für den Kern berechnet werden. Bis zur Grenzgröße 15^m8 muß der Kern demnach 729 Sterne enthalten, während Shapley nur 554 angibt. Die Randzone außerhalb 5^m0 umfaßt nach Shapley 83 Sterne. Der Haufen enthält damit insgesamt 1224 Sterne heller als 15^m8. Da angenommen werden kann, daß die Shapley'schen Zählungen von 15^m4 ab unvollständig sind, so soll die weitere Diskussion auf die 1019 Sterne heller als 15^m4 beschränkt bleiben.

Nach Shapley⁵ beträgt der Entfernungsmodul 14^m9, so daß also ein Stern der absoluten photovisuellen Größe 14^m9 die absolute Größe 0^M0 hat. Setzt man die Helligkeit eines solchen Sternes als Einheit zu 100 an und bezeichnet man mit $n(M)$ die Sternzahl aller Zonen (letzte Spalte der Tab. 1) im Intervall 0^M2, so ergibt sich als photovisuelles Gesamtlicht der 1019 Sterne

$$\sum_{-2^{M_9}}^{+0^{M_5}} 100 \cdot n(M) \cdot 2,512^{-M} = 213\,140.$$

Der mittlere Farbenindex der hellen Sterne beträgt nach Shapley¹⁴ 0^m67. In Übereinstimmung da-

Absolute photovisuelle Größe	Anzahl	
	(b)	(c)
0 ^M 75	384	373
1.5	1534	1493
2.5	1534	1493
3.5	3836	5224
4.5	8438	8210
5.5	16109	11195
6.5	17643	14181
7.5	7671	13434
8.5	8438	111942
9.5	16876	17166
10.5	29150	26123
11.5	22246	33586
12.5	26849	53738
13.5	14575	50006
14.5	6137	43289
15.5	2301	33586
16.5	1534	33586
Summe:	185255	358625

Tab. 2. Die Verteilung der schwachen Sterne in M 13 nach Kuipers Funktionen (b) und (c).

mit geben Vyssotsky und Williams¹⁶ für die Integralstrahlung des Haufens 0^m68 an. Da die photographische Gesamthelligkeit des Haufens — 8^m1 beträgt, so folgt für die photovisuelle Gesamthelligkeit — 8^m8, was nach Definition der Lichtmenge 331130 entspricht. Die Differenz 331130 — 213140 = 117990 ist also der Betrag des Lichtes, der von den Sternen schwächer als 0^M5 zu decken ist. Für diese Sterne sollen als Verteilungsfunktionen die beiden Kuiperschen Funktionen (b) und (c) vorausgesetzt werden. Die Faktoren, mit denen sie dazu multipliziert werden müssen, sind

$$\frac{117\,990}{153,812} = 767,1 \text{ bzw. } \frac{117\,990}{158,087} = 746,4.$$

Die Nenner stellen das Gesamtlicht der Kuiperschen Sterne dar. Um einen lückenlosen Anschluß an die Shapley'sche Grenze + 0^M5 zu erzielen, wurde für das halbe Intervall von + 0^M5 bis 1^M0 1/2 Stern angesetzt, von da ab aber die für das Intervall von 1^M0 geltenden Zahlen Kuipers verwandt. Die sich ergebenden Sternzahlen sind in Tab. 2 aufgeführt. Einschließlich der hellen Sterne beträgt die Gesamtzahl der Haufensterne rund 186000 (b) bzw. 360000 (c).

Nach der von Kuiper¹² mitgeteilten Beziehung zwischen Masse und absoluter visueller Helligkeit

¹⁶ N. Vyssotsky u. E. Williams, Astrophys. J. 77, 301 [1933].

Absolute photovisuelle Größe	Stern- masse (\odot)	Anzahl der Sterne		Massenbeitrag (\odot)	
		(b)	(c)	(b)	(c)
— $2^m 5$	6.9	61	61	400	400
1.5	5.5	153	153	800	800
— 0.5	4.3	389	389	1700	1700
+ 0.5	3.3	800	789	2600	2600
1.5	2.3	wie in Tab. 2		3500	3400
2.5	1.6			2500	2400
3.5	1.28			4900	6700
4.5	1.06			8900	8700
5.5	0.90			14500	10100
6.5	0.77			13600	10900
7.5	0.66			5100	8900
8.5	0.56			4700	6700
9.5	0.46			7800	7900
10.5	0.38			11100	9900
11.5	0.29			6500	9700
12.5	0.21			5600	11300
13.5	0.15			2200	7500
14.5	0.10:			600	4300
15.5	0.07::			200	2400
+ 16.5	0.05::			100	1700
		Gesamtmasse:		97300	118000

Tab. 3. Die Massenbeiträge der einzelnen Größenklassen in $M 13$.

können die Sterne von $1^m 0$ bis $16^m 5$ unmittelbar in Massen umgewandelt werden. Für die helleren (Shapley) Sterne ist dazu noch eine Voraussetzung über die bolometrische Korrektion notwendig, die zwischen $M_{pv} = -3^m 0$ und $0^m 0$ summarisch zu $-0^m 8$ angenommen wurde. Sie entspricht nach Kuiper¹⁷ und Pilowsky¹⁸ etwa der roten Riesen von 4200° . Damit ergeben sich nach Becker¹⁹ die in Tab. 3 aufgeführten Massen der einzelnen Sterne in Einheiten der Sonnenmasse und die Beträge, welche die einzelnen Größenklassen zur Gesamtmasse des Haufens beitragen. An der Ansatzstelle bei $0^m 5$ stimmen die sich aus den Kuiperschen Funktionen (b) und (c) ergebenden Werte mit denen Shapley's gut überein. Die ersten betragen im Halbintervall 384 bzw. 373, nach Shapley aber 416 Sterne. Unter den gemachten Voraussetzungen folgt als Gesamtmasse von $M 13 0.97 \times 10^5 \odot$ (b) bzw. $1.18 \times 10^5 \odot$ (c). Die beiden Werte stimmen trotz des Klaffens der Verteilungsfunktionen Kuipers recht gut miteinander überein. Im großen ganzen werden die Sterne bis zur scheinbaren photovisuellen Größe $32^m 0$ miterfaßt. Die Änderung der Gesamtmasse

¹⁷ P. Kuiper, Astrophysic. J. 88, 429 [1938].

¹⁸ K. Pilowsky, Astronom. Nachr. 261, 17 [1936].

¹⁹ W. Becker, Sterne und Sternsysteme, Steinkopff Dresden-Leipzig 1942, Seite 57.

im Fall (c) durch die Berücksichtigung noch schwächerer Sterne dürfte minimal sein. Bemerkenswert ist, daß die Gesamtmasse des Haufens gegen die vorausgesetzte Leuchtkraftfunktion ziemlich unempfindlich ist. Das wird noch klarer herausgestellt, wenn man das obige Ergebnis mit dem Pariiskis vergleicht. Dazu müssen seine Werte aber noch deswegen reduziert werden, weil die von ihm benutzte Gesamthelligkeit des Haufens um $0^m 7$ zu groß ist. Da dem ein Faktor 1,9 entspricht, so kann man als Werte für die Gesamtmasse etwa 1.43×10^5 bzw. $1.60 \times 10^5 \odot$ angeben.

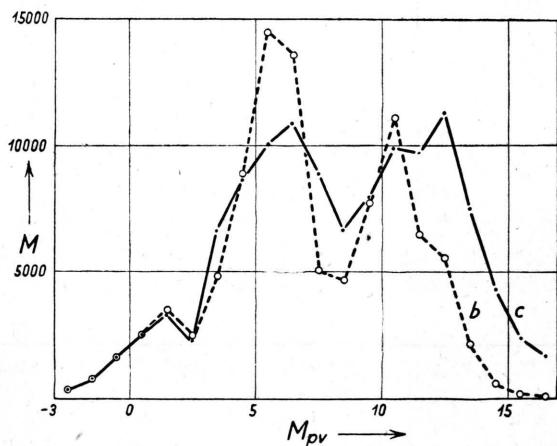


Abb. 2. Die Verteilung der Masse pro Größenklasse in $M 13$ unter Voraussetzung der Kuiperschen Verteilungsfunktionen (b) und (c) für die photometrisch nicht mehr einzeln erfaßten Sterne. Abszisse: Absolute photovisuelle Größe (M_{pv}). Ordinate: Masse (M) in Einheiten der Sonnenmasse (\odot).

Pariiskis Zahlen sind damit trotz der völlig andersartig angesetzten Leuchtkraftfunktionen in die Nähe der oben erhaltenen Werte gerückt. Damit bestätigt sich nochmals die geringe Empfindlichkeit der Haufenmasse gegen die Voraussetzung hinsichtlich Leuchtkraftfunktion.

Aus der graphischen Darstellung der Massenverteilung in Abb. 2 geht hervor, daß drei Maxima, im Falle (b) bei $1^m 5$, $6^m 0$, $10^m 5$ und im Falle (c) bei $1^m 5$, $6^m 5$, $12^m 0$, auftreten. Den größten Beitrag zur Masse des Haufens liefern aber nur die an jeweils zweiter und dritter Stelle genannten Größenklassen. Das Vorhandensein dieser Maxima darf aber nicht als typische Eigenschaft des Haufens angesehen werden, da es ja durch die Kuiperschen Funktionen a priori mit zu erwarten ist.

M 3. Auch dieser Haufen konnte wegen der hohen Sterndichte im Kern von Shapley²⁰ bis 2⁰ nur unvollständig aufgelöst werden. Aus dem Vergleich des von Hertzsprung¹ bestimmten örtlichen Gesamtlichtes mit den Sternzählungen Shapley geht hervor, daß ersteres im Ring von 2⁰ – 3⁰ 1456 Einheiten, im Ring von 3⁰ – 4⁰ 834 Einheiten beträgt. Die entsprechenden Sternzahlen lauten 203 und 117. In sehr guter Übereinstimmung leitet sich daraus das Umrechnungsverhältnis 0,1398 ab. Mit dem Gesamtlicht des Kerns bis 2⁰ von 9650 Einheiten multipliziert, ergibt es 1349 Sterne. Zusammen mit den 342 Sternen von 4⁰ bis 11³ enthält der Haufen also 2011 Sterne bis zur photovisuellen Helligkeit 17⁰. Aus der Verteilung der 662 zwischen 2⁰ und 11³ befindlichen Sterne auf die einzelnen Größenklassen er

gibt sich nach Multiplikation von $\frac{2011}{662} = 3,039$ die in Tab. 4 niedergelegte Verteilung der 2011 hellen Sterne. Man bemerkt, daß Shapley hier um mehr als eine Größenklasse zu schwächeren Sternen als in M 13 vorgedrungen ist. Im übrigen gilt nach Hogg¹⁵ auch hier die bei M 13 gemachte Bemerkung über die Ähnlichkeit der Intensitätsverteilung im Photographischen und Photovisuellen. Da anzunehmen ist, daß die Sterne etwa von 16⁷ ab unvollständig sind, so soll die weitere Diskussion auf Sterne heller als 16⁷ beschränkt bleiben.

Der Entfernungsmodul des Haufens beträgt nach Shapley⁵ 15⁴. Setzt man wieder für einen Stern 15⁴ = 0⁰ die Intensität 100 an, so ergeben die katalogisierten Sterne ein Gesamtlicht von 268730. Aus dem Farbenindex 0⁵⁷ und der absoluten photographischen Helligkeit des Haufens von –8² folgt –8⁸ als absolute photovisuelle Helligkeit, der in der obigen Skala genau wie bei M 13 die Intensität 331130 entspricht. Die Differenz 62400 muß demnach den schwachen Sternen zugeschrieben werden, die sich wieder nach den Kuiperschen Funktionen (b) und (c) verteilen sollen. Sie sind mit den Faktoren 485,0 (b) bzw. 469,5 (c) zu strecken, ergeben also dann gerade das Gesamtlicht von 62400. Es zeigt sich nach Durchführung der Rechnungen, daß M 3 etwas weniger reich an Sternen und demzufolge auch an Masse gegenüber M 13 ist (Tab. 5).

Mit der Abschätzung der Sternzahl in M 92

²⁰ H. Shapley, Astrophysic. J. 51, 140 [1920]; Contrib. Mt. Wilson Obs. 176 [1920].

Photovisuelle Größe	Anzahl	Photovisuelle Größe	Anzahl
12 ^m 1	9	14 ^m 7	82
12.3	3	14.9	49
12.5	6	15.1	91
12.7	12	15.3	173
12.9	15	15.5	261
13.1	21	15.7	176
13.3	9	15.9	113
13.5	18	16.1	115
13.7	21	16.3	113
13.9	43	16.5	152
14.1	33	16.7	182
14.3	22	16.9	210
14.5	82		
Gesamtsumme: 2011			

Tab. 4. Die Verteilung der hellen Sterne in M 3.

Absolute photovisuelle Größe	Anzahl		Masse (⊙)	
	(b)	(c)	(b)	(c)
– 2 ^M 5	75	75	500	500
1.5	137	137	800	800
– 0.5	477	477	2100	2100
+ 0.5	778	778	2600	2600
1.5	970	939	2200	2200
2.5	970	939	1600	1500
3.5	2425	3286	3100	4200
4.5	5335	5164	5700	5500
5.5	10186	7042	9200	6300
6.5	11156	8920	8600	6900
7.5	4850	8450	3200	5600
8.5	5335	7511	3000	4200
9.5	10671	10798	4900	5000
10.5	18432	16431	7000	6200
11.5	14066	21126	4100	6100
12.5	16976	33801	3600	7100
13.5	9216	31454	1400	4700
14.5	3880	27229	400	2700
15.5	1455	21126	100	1500
16.5	970	21126	0	1100
Summe:	118360	226809	64100	76800

Tab. 5. Die Verteilung der Sterne in M 3 nach Anzahl und Masse.

von Hachenberg¹⁰ sind in Tab. 6 die bisher vorliegenden Ergebnisse übersichtlich zusammengestellt. Die bestehenden Unterschiede zwischen M 3 und M 13 scheinen besser verbürgt zu sein als die zwischen M 92 und den beiden übrigen Haufen. Nimmt man die von Hachenberg geschätzte Gesamtzahl und die mittleren Sternmassen bei M 3 und M 13 mit etwa 0,5 ⊙ zur Berechnung der Gesamtmasse an, so kann man diese zu $1,5 \times 10^5$ ⊙ veranschlagen. Da M 92 die absolute photovisuelle Größe –8⁷ hat, damit also schwä-

Haufen	Autor	Leuchtkraftfunktion	Gesamtzahl	Gesamtmasse	mittlere Sternmasse
M 3	Lohmann	Kuiper (b) 1942 Kuiper (c) 1942	118000 227000	64000 77000	0.54 \odot 0.34
M 13	Pariiski	Kapteyn-v. Rhijn 1920 Seares 1924	430000 680000	272000 304000	0.63 0.45
	Pariiski (red.)	Kapteyn-v. Rhijn 1920 Seares 1924	226000 358000	143000 160000	0.63 0.45
	Lohmann	Kuiper (b) 1942 Kuiper (c) 1942	186000 360000	97000 118000	0.52 0.33
M 92	Hachenberg	—	300000	250000	0.83

Tab. 6. Zusammenstellung der vorhandenen Abschätzungen.

cher als **M 3** und **M 13** ist, so könnten $1,5 \times 10^5 \odot$ vielleicht noch etwas zu hoch geschätzt sein. Wenn man berücksichtigt, daß diese drei Haufen nach Shapley⁵ mit ihren absoluten Helligkeiten gut dem allgemeinen Durchschnitt entsprechen, so erscheint es berechtigt, als Gesamtmasse bzw. Sternzahl eines mittleren kugelförmigen Sternhaufens

120000 Sonnenmassen bzw. 240000 Sterne anzusetzen. Die Grenzen für die Haufen größerer oder kleinerer absoluter Gesamthelligkeit dürfte in der Anlehnung an Shapley's Verteilung der absoluten Helligkeiten von 30 Haufen⁵ nach beiden Seiten durch den Faktor 10 gegeben sein, d. h. grob zwischen 10^4 und 10^6 Sonnenmassen liegen.

Skalares Materiefeld in der projektiven Relativitätstheorie mit variabler Gravitationsinvarianten

Von GÜNTHER LUDWIG

Aus dem Institut für theoretische Physik der Universität Göttingen

(Z. Naturforschg. 2a, 482—489 [1947]; eingegangen am 20. Mai 1947)

Die Feldgleichungen für ein ungeladenes und geladenes skalares Materiefeld werden aufgestellt und in speziellen Fällen gelöst, um den Einfluß einer variablen Gravitationsinvarianten zu untersuchen. Die Ausdrücke für den Energie-Impulstensor werden abgeleitet und an ihnen die in einer früheren Note¹ allgemein abgeleiteten Eigenschaften diskutiert. Die Bedeutung der fünfdimensionalen geodätischen Linien als Bahnen von geladenen Massenpunkten wird abgeleitet.

In einer früheren Note¹ wurden allgemein der Materietensor und die aus ihm ableitbaren Erhaltungssätze untersucht in besonderer Hinsicht auf den Einfluß einer variablen Gravitationskonstanten.

Hier sollen die eben erwähnten allgemeinen Be trachtungen an einem möglichst einfachen Beispiel erläutert und vertieft werden. Insbesondere ist die Bedeutung der Materieinvarianten b^1 näher

zu beleuchten, und es ist festzustellen, mit welchem Recht wir sie gleich Null setzen können, so wie wir es in M 2 (68) getan haben.

Gesucht ist also eine Invariantendichte \mathfrak{L} (als Wirkungsgröße für die Materie). Die Materie wollen wir durch eine einzige reelle skalare Funktion ψ beschreiben. ψ sei weiterhin homogen vom Grade Null in den X^ν , so daß (es bedeutet $\psi_{,\nu} = \partial\psi/\partial X^\nu$, vergl. M 1 und M 2):

$$\psi_{,\nu} X^\nu = 0.$$

Der einfachste und naheliegendste Ansatz für \mathfrak{L} wäre $\mathfrak{L} = L \sqrt{-g}$ mit

¹ G. Ludwig, Z. Physik (im Erscheinen). Diese Note besteht aus zwei Mitteilungen. Hinweise auf diese Mitteilungen werden kurz durch M 1 bzw. M 2 bezeichnet. Z. B. ist M 2 (5) die Formel (5) aus der 2. Mitteilung.